

SOLUCIONES

- 1.- $y = 0$ A.H, $x = +1$ hay un mínimo relativo que vale $f(1) = -e$. b) En $x = 0$ hay un punto de inflexión que vale $f(0) = -2$ 2.- $a=1$ y \lim es -1
- 3.- El máximo absoluto es " $e-1$ " y se alcanza en $x = 1/e$, y el mínimo absoluto es " 1 " y se alcanza en $x = 1$. Recta tangente es $y - (1/e + 1) = (-1/e^2 + 1/e)(x - e)$
- 4.- a) $x = -1, x=2$ son A.V. de f $y = 2$ es una A.H. de f b) $f(x)$ es estrict. decreciente en $x < -4$ y en $x > 0$ estrict. creciente en $-4 < x < 0$. $f(x)$ es estrictamente decreciente en $x > 0$ c) se cortan en el punto = $(-2,2)$ 5.- $k=1$ La recta tangente pedida es $y - (e-1) = 2(x-1)$
- 6.- a) $x = 1$ es una A.V., $y = 0$ es una A.H. de $f(x)$ en $+\infty$. b) $f(x)$ es estrict. decreciente en $(-\infty, 0)$ y estrict. creciente en $(0, +\infty) \setminus \{1\}$. En 0 hay un mínimo relativo que vale $f(0) = 1$.
- 7.- f es estrict decreciente en $(0,2)$ estrict creciente en $(2,e)$. $x = 2$ es un mínimo relativo que vale $1/5^4$
- 8.- a) $0, \infty$ b) $x = -1$ máximo relativo y vale $f(-1) = 3/e$. $x = 0$ es un mínimo relativo y vale $f(0) = 1$. c)
- 9.- Función a optimizar Área = área rectángulo + área cuadrado = $2a^2 + b^2$ $a = x/6$; $4b = 2 - x \rightarrow b = (2 - x)/4$. $x = 18/17$ m. $y = 16/17$ m.
- 10.- a) f es estrictamente decreciente en $(-\infty, -1)$ $(0, +\infty)$ f es estrictamente creciente en $(-1, 0)$. $x = -1$ es un mínimo relativo y vale $f(-1) = 1$ $x = 0$ es un MAX relativo y $f(0) = \ln(3)$.
b) $y - 2 = (1/2)(x + 2)$ 11.- $a = 1/4$ y $b = 1/2$ 12.- Área = $(1/2)xy$ $A(x) = (1/2)x \cdot \sqrt{100 - x^2}$ luego $x = y = +\sqrt{50}$
- 13.- $V(r) = (\pi r^2)h = (\pi r^2) \cdot [27/(\pi r) - r] = 27r - \pi r^3$. $r = 3/\sqrt[3]{\pi}$ m. $h = 6/\sqrt[3]{\pi}$ m 14.- $X(3/2, \sqrt{(3/2-1)}) = X(3/2, \sqrt{1/2})$, $d(x) = ||AX|| = +\sqrt{(3/4)}$ u.l.
- 15.- Función a optimizar: Área = $(x/4)^2 + a(2a) = (x/4)^2 + 2a^2$; $a = (100-x)/6$ Área = $A(x) = (x/4)^2 + 2((100-x)/6)^2$ SOL $x = 800/17$ m. $y = 900/17$ m.
- 16.- a) $y = (1/4)x - (1/2)$ b) $(-1, 3)$. 17.- Función a optimizar Área = $x \cdot y + (1/2) \cdot \pi(x/2)^2$ e $y = 5 - x/2 - \pi x/4$. De donde $x = 5/(1 + \pi/4)$. $y = 5 - 5/[2(1 + \pi/4)] - 5\pi/[4(1 + \pi/4)]$ y la semicircunferencia = $\pi/[2(1 + \pi/4)]$. 18.- a) $a = 0$ y $b = 1/2$. b) máximo abs en $x = 4$ y vale $f(4) = 3 - \ln(4)$. Mínimo absoluto se alcanza en $x = 1$ y vale $f(1) = 1$. 19.- Función a optimizar: Área = $(1/2)$ base.altura = $(1/2) \cdot x \cdot h$ e $y = 4 - x/2$. Dim del triángulo son $x = 8/3$, $y = 8/3$ y su área es $16/(3\sqrt{3})u^2$
- 20.- a) $x = 0$ es una A.V. de $f(x)$. La A.O. de $f(x)$ es $y = 3x \pm \infty$. b) $f(x)$ es estrict creciente en $(-\infty, -1)$ y también en $(1, +\infty)$. $f(x)$ es estrict decreciente en $(-1, 1) \setminus \{0\}$ $x = -1$ máx rel que vale $f(-1) = -4$. $x = +1$ mín rel que vale $f(1) = 4$. 21.- $a = 3$, $b = -9$ y $c = 6$ 22.- Función a optimizar Área = $x \cdot y$ la rel $y = -x^2 + 3$ $x = 1$ e $y = -(1)^2 + 3 = 2$
- 23.- Función a optimizar: Área = $x \cdot y$ y la relación $y = -(11/2)x + 150 = -5'5x + 150$ Las longitudes del rectángulo son $x = 150/11$ m. e $y = 75$ m
- 24.- Es una función def a trozos El máximo de ingresos es de 1225€ y se alcanza a la edad de 35 años. 25.- a) $a = 4$, $b = -10$. b) $y - 5 = 9(x - 1)$
26. por L'H 3 veces $\lim_{x \rightarrow a} [(f(x)/g(x))] = \lim_{x \rightarrow a} [(f'(x)/g'(x))] = 0$ 27.- Función a maximizar $V = (1/3)\pi r^2 h = (1/3)\pi x^2 y$ $y = +\sqrt{(8100 - x^2)}$, $x = \sqrt{(5400)} = 30\sqrt{(6)}$ cm. e $y = \sqrt{(8100 - 5400)} = \sqrt{(2700)} = 30\sqrt{(3)}$ cm. 28.- a) $x = 1$, $x = -1$ es una A.V., La A.O. es $y = x \pm \infty$ b) $f(x)$ es estrict creci en $x < -\sqrt{(3)}$ y en $x > +\sqrt{(3)}$. $f(x)$ es estrict decrec en $(-\sqrt{(3)} < x < 0) \setminus \{-1\}$ y en $(0 < x < \sqrt{(3)} \setminus \{1\})$. En $x = -\sqrt{(3)}$ y en $x = +\sqrt{(3)}$ hay un máximo relativo que vale $f(\pm\sqrt{(3)}) = +3\sqrt{(3)}/2$ En $x = 0$ PI
- 29.- Función a maximizar $A = (x+2)(y+4)$ $y = 18/x$ ancho = 5 cm y alto = 10 cm. 30.- a) $b = 4$. $c = 1$. $a = -3$. b) máximo absoluto en $x = 0$ y $x = 4$ vale 4. Y f alcanza su mínimo absoluto en $x = 1'5$ y vale $1'75$. 31.- Función a maximizar $A = (1/2)xy$ $y = +\sqrt{(25 - x^2)}$, medidas catetos son $x = \sqrt{(25/2)}$ m. e $y = (\sqrt{(25 - ((\sqrt{(25/2))^2}))}) = \sqrt{(25/2)}$ m., es (triángulo isósceles rectángulo. 32.- a) $(3, \ln(18))$. b) Recta tang $y - \ln(18) = (1/2)(x-3)$ Rect normal $y - \ln(18) = -2 \cdot (x-3)$
- 33.- $a = 0$ $b = 4$ $c = 0$ 34. La recta tangente: $y = 3$ La recta normal $x = 2$ 35 $a = -3$ $b = -5$ $c = 3$ $d = 4$
- 36.- La función es cont en \mathbb{R} pero no es derivable en $x = 0$ 37.- 1 por L'H 38.- (a) $f(x)$ es continua en \mathbb{R} pero no es derivable en $x = 0$. b) no así y mín rel $(1'5, -3'25)$
- 39.- $y = 2x - 1/2$ 40.- Diagonal $\sqrt{x^2 + y^2}$ $y = 16/x$ $x=4$ 41.- $a = 1/9$ $b = 0$ $c = -1/3$ $d = 1$ 42.-Rect: base 60/17 cm altura 30/17cm cuadrado: lado 40/17cm 43.- a) cont y no deriv en $x = -3$ b) Crece $(0,2) \cup (3, +\infty)$ Decrece $(-\infty, 0) \cup (2,3)$ Máximo en $x = 2$. Mínimo en $x=0$ $x=3$
- 44.- a) $a = 1$ b) Existe asíntota horizontal $y = 0$ 45.- $a = 2$ $b = 1$ 46.- $a = -1/2$ $b = 3/2$ $c = d = 0$ 47.- a) *crec* $(0, +\infty)$ *decr* $(-\infty, 0)$ *mín rel y abs* en $x = 0$ b) *convexa* en \mathbb{R} c) La recta $y = 1 \cdot x + 0 = x$ es asíntota oblicua en $+\infty$ 48.- $B = 10$ cm. 49.- La recta $x = 0$ es una A.V. de la función f . La recta $y = x + 1$ es una A.O.
- 50.- $x = 2$ 51.- a) $a = 2$ y $b = -7$ b) Recta tang. $y - 26 = 13(x - 3)$ y normal $y - 26 = (-1/13)(x - 3)$ 52.-La función a optimizar Área = $A(m) = (1/2)((m - 2)/m) \cdot (2 - m)$ $m = -2$ es un mínimo, y el área pedida es $A(-2) = (-16)/(-4) = 4 u^2$. 53.- a) $a = 0$, $b = 1$ $c = 2$ b) $y - 2 = -2(x + 1)$ 54.- $y - (2/e) = (-1/e)(x - 1)$
- 55.- a) $a = -3$, $b = 5$ y $c = 1$ b) $x = 3/2$. 56.- a) $f(x)$ estrict crecien $(0, \pi/2)$ estrict decrec en $(\pi/2, 3\pi/2)$ $x = 3\pi/2$ es un mín relativo b) $x = \pi/4$ $x = \pi + \pi/4$
- 57.- b) f es cont en \mathbb{R} pero no es derivable en $x = 2$ 58.- $f(x)$ es estrict decrec en $(-\infty, -1'5) \cup (1, +\infty)$ y estrict creciente en $(-1'5, 1)$ $x = -1'5$ mín relativo que vale $f(-1'5) = -9 \cdot e^{-1'5}$; $x = 1$ MAX relativo que vale $f(1) = e^1 = e$ 59.- $x = 0$ es una A.V., $y = 1$ es una A.H. en $+\infty$, $y = -1$ es una A.H. en $-\infty$
- 60.- Optimizar $P = x^2 \cdot y^2$ SOL $x = 5$ e $y = 5$. 61.- $a = 26$, $b = 19$ 62.- a) $f(x)$ decrece en $x < 1/3$ $f(x)$ crece en $x > 1/3$, $(1/3, 2\sqrt{3})$ mínimo relativo
- 63.- $f(x) = x^3/3 + x^2/2 - 6x + 71/4$ 64.- a) $f(x)$ decrece en $x < e^{(-1/2)}$, $f(x)$ crece en $x > e^{(-1/2)}$ $e^{(-1/2)}$; $-1/2e$ mínimo relativo b) $y - (1/2)e = 2 \cdot e^{1/2} (x - e^{1/2})$
- 65.- Función a optimizar Área = xy ; $y = 1 - x/2$ $x = 1$ e $y = 1/2$ 66.- a) $(0,0)$ mínimo relativo, $(2, 4/(e^2))$ es un máximo relativo de $f(x)$ b) $y = 0$ A.H. en $+\infty$, no tienen A.H. en $-\infty$ 67.- a) $(2, -e^2)$ mínimo relativo b) $y - (-2e) = -e(x - 1)$ 68.- a) $x = 2$, $x = -2$ AV, $y = 1$ A.H. de $f(x)$ b) $f(x)$ crece en $(-\infty, -2) \cup (-2, 0)$. $f(x)$ decrece en $(0, 2) \cup (2, +\infty)$. $x = 0$ MAX rel que vale $f(0) = -3/4$ 69.- $f(x) = x^4/(12) - x^2/2 + 1$, 70.- Función a optimizar: $x^2 + 2000/x$ Las dimensiones del depósito son $x = 10$ e $y = 5$.