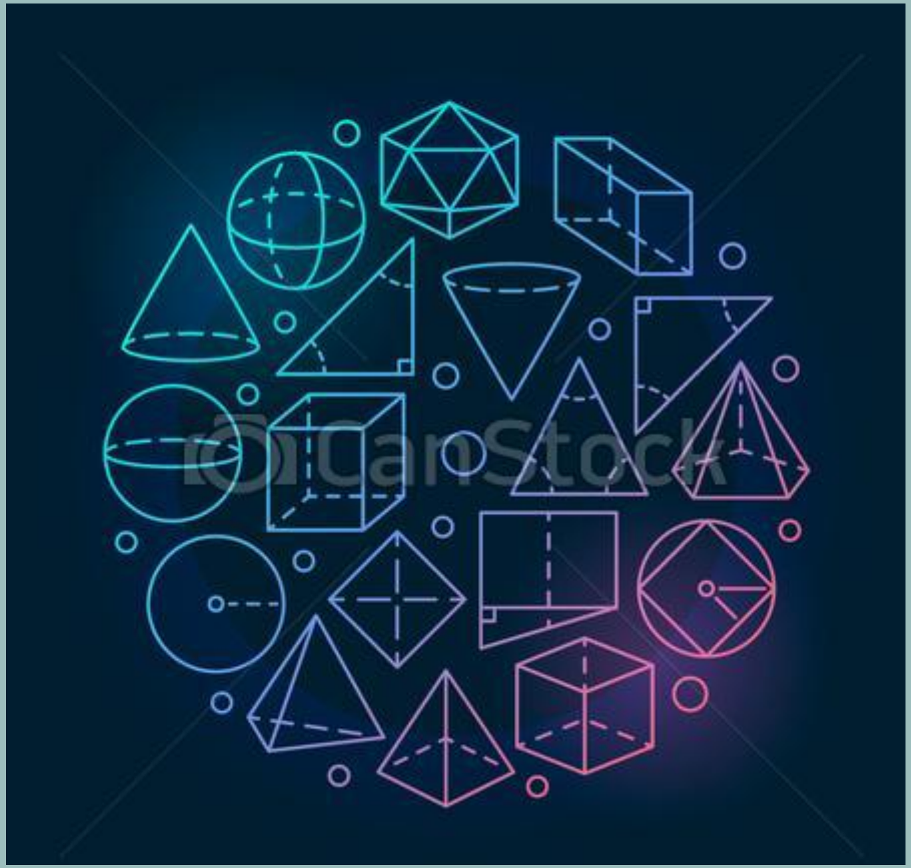


OTRAS ECUACIONES DEL PLANO. ECUACIÓN NORMAL DEL PLANO

ANA MILENA GÓMEZ

ECUACIONES DE LOS PLANOS COORDENADOS

Planos paralelos al plano coordenado XY

Tienen como vectores directores $\vec{i}$=(1,0,0) y $\vec{j}$= (0,1,0), por tanto

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & x-a \\ 0 & 0 & y-b \\ 0 & 0 & z-c \end{vmatrix} = 0$$; z-c=0 ; $\boldsymbol{z = c}$, $\boldsymbol{c \in R}$

Planos paralelos al plano coordenado XZ

Tienen como vectores directores $\vec{i}$=(1,0,0) y $\vec{k}$=(0,0,1), por tanto

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & x-a \\ 0 & 0 & y-b \\ 0 & 1 & z-c \end{vmatrix} = 0$$; y-b= 0; $\boldsymbol{y = b}$, $\boldsymbol{b \in R}$

Planos paralelos al plano coordenado YZ

Tienen como vectores directores $\vec{j}$=(0,1,0) y $\vec{k}$=(0,0,1), por tanto

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & x-a \\ 1 & 0 & y-b \\ 0 & 1 & z-c \end{vmatrix} =0$$; x-a=0; $\boldsymbol{x=a}$, $\boldsymbol{a \in R}$

ECUACIÓN DEL PLANO QUE PASA POR TRES PUNTOS

- Si los puntos son no alineados, el sistema formado por los vectores que unen los puntos será un sistema ligado y su determinante será igual a cero.

Si los puntos que nos dan son: ***A(x1,y1,z1), B(x2,y2,c2) y C(x3,y3,z3)*** y un punto cualquiera del plano será el punto ***P(x,y,z)*** , entonces:

$$\begin{vmatrix} x-x1 & y-y1 & z-z1 \\ x2-x1 & y2-y1 & z2-z1 \\ x3-x1 & y3-y1 & z3-z1 \end{vmatrix}=0$$

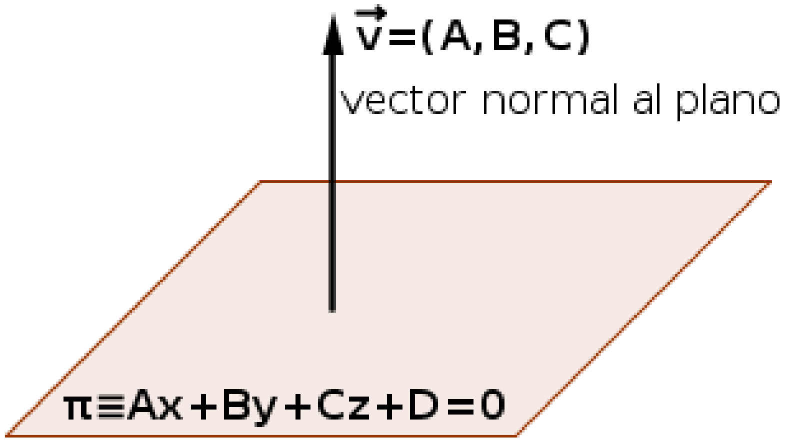
- ***Ejemplo:*** **Ecuación implícita del plano que pasa por A(2,2,2), B(1,2,-1) y C(0,-1,2).**

Se trata del plano que tiene como vectores directores: $\overrightarrow{AB}$=(-1,0,-3) y $\overrightarrow{AC}$=(-2,-3,0) por tanto:

$$\begin{vmatrix} -1 & -2 & x-2 \\ 0 & -3 & y-2 \\ -3 & 0 & z-2 \end{vmatrix} = 0\ ;$$

$$3z-6+6y-12-9x+18=0$$
$$-3x+2y+z=0$$

VECTOR NORMAL A UN PLANO



- Dado el plano π de ecuación implícita Ax+By+Cz+D= 0, el vector $\vec{n}$=(A,B,C) es un vector perpendicular o normal al plano π.

- Para demostrarlo basta con comprobar que el producto escalar de $\vec{n}$ y $\overrightarrow{PQ}$ es nulo, siendo P(p1,p2,p3) y Q(q1,q2,q3) dos puntos cualesquiera del plano:

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{PQ} = A(q1 - p1) + B(q2 - p2) + C(q3 - p3) = Aq1 + Bq2 + Cq3 - (Ap1 + Bp2 + Cp3) = -D - (-D) = 0$$

ECUACIÓN NORMAL DEL PLANO

- Sea P(a1,a2,a3) un punto del plano π:$Ax+By+Cz+D=0$, y sea X(x,y,z) un punto cualquiera del mismo. Entonces, se verifica: $\vec{n}\cdot\overrightarrow{PQ}=0$

$$(A,B,C)\cdot(x-a1,y-a2,z-a3)=\ 0$$

$$A(x-a1)+B(y-a2)+C(z-a3)=0$$

Ejemplo: ***la ecuación normal del plano que pasa por el punto P(-2,3,5) y tiene como vector normal $\vec{u}$= (2,-2,4) es 2(x-2)-2(y-3)+4(z-5)=0 y su ecuación general es :***
$\boldsymbol{x-y+2z-5=0}$

EJERCICIOS

33. Halla la ecuación del plano que pasa por los puntos A(2,-2,1) , B(1,-2,-1) y C (0,-1,2) .

A(2, -2,1) , AB = (-1,0,-2) y AC(-2,1,1)

$$\begin{vmatrix} -1 & -2 & x-2 \\ 0 & 1 & y+2 \\ -2 & 1 & z-1 \end{vmatrix} = 0;$$

$z + 1 + 4y + 8 + 2x - 4 + y + 2 = 0$

Π:$2x + 5y - z + 7 = 0$

38. Un plano tiene como vector normal el n = (2,-3,2) y pasa por el punto A(−1,2,-5) . Escribe su ecuación normal, su ecuación implícita y sus ecuaciones paramétricas.

Ecuación normal:$2(x+1) - 3(y-2) + 2(z+5) = 0$

Ecuación implícita: $2x - 3y + 2z + 18 = 0$

Ecuaciones paramétricas: x=λ

y=μ

z=-9-λ+3/2μ