1.-De un paralelogramo ABCD conocemos tres vértices consecutivos A(2,-1,0), B(-2,1,0) y C(0,1,2).

(a) [1 punto] Calcula la ecuación de la recta que pasa por el centro del paralelogramo y es perpendicular al plano que lo contiene.

(b) [0'75 puntos] Halla el área de dicho paralelogramo. (c) [0'75 puntos] Calcula el vértice D.

2.- Sean las rectas "r" y "s" dadas por: $r \equiv \begin{cases} x + y - z = 6 \\ x + z = 3 \end{cases}$ y $s \equiv \frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{6} = \frac{z}{2}$

(a) [1'25 puntos] Determina el punto de intersección de ambas rectas.

(b) [1'25 puntos] Calcula la ecuación general del plano que las contiene.

3.- El punto M(1,-1,0) es el centro de un paralelogramo y A(2,1,-1) y B(0,-2,3) son dos vértices consecutivos del mismo.

(a) [1 punto] Halla la ecuación general del plano que contiene al paralelogramo.

(b) [1'5 puntos] Determina uno de los otros dos vértices y calcula el área de dicho paralelogramo.

4.- [2'5 puntos] Calcula de manera razonada la distancia del eje OX a la recta r de ecuaciones 2x - 3y = 4 // 2x - 3y - z = 0

5.- Sean los puntos A(0,0,1), B(1,0,-1), C(0,1,-2) y D(1,2,0).

(a) [1 punto] Halla la ecuación del plano π determinado por los puntos A, B y C.

(b) [0'5 puntos] Demuestra que los cuatro puntos no son coplanarios.

(c) [1 punto] Calcula la distancia del punto D al plano π.

6.- [2'5 puntos] Halla el punto simétrico de P(2,1,-5) respecto de la recta r definida por x - z = 0 // x + y + 2 = 0

7.- Dadas las rectas $r: \frac{x+3}{-6} = \frac{y-9}{4} = \frac{z-8}{4}$ y $s: \frac{x-3}{3} = \frac{y-9}{-2} = \frac{z-8}{-2}$

(a) [1 punto] Determina la posición relativa de las rectas *r* y *s*.

(b) [1'5 puntos] Calcula la distancia entre *r* y *s*.

8.- **[2'5 puntos]** Los puntos $A(1;1;5)$ y $B(1;1;2)$ son vértices consecutivos de un rectángulo *ABCD*. El vértice *C*, consecutivo a *B*, está en la recta $x = \frac{y-6}{-2} = \frac{z+1}{2}$. Determina los vértices *C* y *D*.

9.- Se consideran los vectores $u = (k;1;1)$; $v = (2;1;-2)$ y $w = (1;1;k)$, donde k es un número real.

(a) [0'75 puntos] Determina los valores de k para los que u, v y w son linealmente dependientes.

(b) [1 punto] Determina los valores de k para los que $u + v$ y $v - w$ son ortogonales.

(c) [0'75 puntos] Para $k = -1$, determina aquellos vectores que son ortogonales a v y w y tienen módulo 1.

10.- [2'5 puntos] Encuentra los puntos de la recta $r = \frac{x-1}{4} = \frac{2-y}{2} = z-3$ cuya distancia al plano $\mu: x - 2y + 2z = 1$ vale cuatro unidades.

11.- [2'5 puntos] Determina el punto P de la recta $r \equiv \frac{x+3}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z+4}{3}$ que equidista del origen de coordenadas y del punto $A(3; 2; 1)$.

12.- Considera el punto $P(1; 0; 2)$ y la recta r dada por las ecuaciones $2x - y - 4 = 0$ // $y + 2z - 8 = 0$

(a) [1 punto] Calcula la ecuación del plano que pasa por P y es perpendicular a r.

(b) [1'5 puntos] Calcula el punto simétrico de P respecto de la recta r.

13.- [2'5 puntos] Determina el punto simétrico del punto A(-3,1,6) respecto de la recta x – 1 = (y + 3)/2 = (z + 1)/2.

14.- Considera los puntos A(1,0,-1) y B(2,1,0), y la recta "r" $\begin{cases} x+y=1 \\ x+z=2 \end{cases}$ dada por

(a) [1'75 puntos] Determina la ecuación del plano que es paralelo a r y pasa por A y B.

(b) [0'75 puntos] Determina si la recta que pasa por los puntos P(1,2,1) y Q(3,4,1) está contenido en dicho plano.

15.- Considera los puntos A(1,0,2) y B(1,2,-1).

(a) [1'25 puntos] Halla un punto C de la recta de ecuación (x-1)/3 = y/2 = z que verifica que el triángulo de vértices A, B y C tiene un ángulo recto en B.

(b) [1'25 puntos] Calcula el área del triángulo de vértices A, B y D, donde D es el punto de corte del plano de ecuación 2x-y+3z = 6 con el eje OX.

16.- [2'5 puntos] Considera los planos $\pi 1$, $\pi 2$ y $\pi 3$ dados respectivamente por las ecuaciones 3x – y + z – 4 = 0,

x - 2y + z – 1 = 0 y x + z – 4 = 0

Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto P(3,1,-1), es paralela al plano $\pi 1$ y corta a la recta intersección de los planos $\pi 2$ y $\pi 3$.

17.- Dados los puntos A(1,0,0), B(0,0,1) y P(1,-1,1), y la recta r definida por x-y-2=0 z=0

(a) [2 puntos] Halla los puntos de la recta r cuya distancia al punto P es de 3 unidades.

(b) [0'5 puntos] Calcula el área del triángulo ABP.

18.- Dados el punto P (1,1,-1) y la recta r de ecuaciones x+z=1 y+z=0

(a) [1 punto] Halla la ecuación del plano que contiene a r y pasa por P.

(b) [1'5 puntos] Halla la ecuación de la recta contenida en el plano de ecuación y + z = 0, que es perpendicular a r y pasa por P.

19.- Considera los puntos A(-1,k,3), B(k+1,0,2), C(1,2,0) y D(2,0,1).

(a) [1'25 puntos] ¿Existe algún valor de k para que los vectores AB, BC, y CD sean linealmente dependientes?

(b) [1'25 puntos] Calcula los valores de k para que los puntos A, B, C y D formen un tetraedro de volumen 1.

20.- Dado el plano π de ecuación $x + 2y - z = 0$ y la recta "r" de ecuaciones. $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ x + y - 4z = -13 \end{cases}$

(a) [1'75 puntos] Halla el punto de intersección del plano π y la recta r.

(b) [0'75 puntos] Halla el punto simétrico del punto Q(1,-2,3) respecto del plano π.

21.- Sea el punto P(2,3,-1) y la recta r dada por las ecuaciones $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$

(a) [1 punto] Halla la ecuación del plano perpendicular a "r" que pasa por P.

(b) [1'5 puntos] Calcula la distancia del punto P a la recta "r" y determina el punto simétrico de P respecto de r.

22.- [2'5 puntos] Considera los planos π_1 y π_2 dados respectivamente por las ecuaciones $(x,y,z) = (-2,0,7)+ \lambda(1,-2,0) + \mu(0,1,-1)$ y $2x + y - z + 5 = 0$ Determina los puntos de la recta "r" definida por $x = y + 1 = (z - 1)/(-3)$ que equidistan de π_1 y π_2.

23.- Dada la recta "r" definida por $(x - 1)/3 = (y +1)/2 = -z + 3$ y la recta "s" definida por $\begin{cases} x = 1 \\ 2y - z = -2 \end{cases}$

(a) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano que pasa por el origen y contiene a "r".

(b) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano que contiene a "s" y es paralelo a "r".

24.- Dada la recta "r" definida por $(x +7)/2 = (y - 7)/(-1) = z$ y la recta "s" definida por $\begin{cases} x = 2 \\ y = -5 \\ z = \lambda \end{cases}$

(a) [1'75 puntos] Halla la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a ambas.

(b) [0'75 puntos] Calcula la distancia entre "r" y "s".

25.- Considera las rectas "r" y "s" de ecuaciones $x - 1 = y$ $\begin{cases} x - 2y = -1 \\ y + z = 1 \end{cases}$ $= 1 - z$ y

(a) [0'75 puntos] Determina su punto de corte.

(b) [1 punto] Halla el ángulo que forma "r" y "s". **(c)** [0'75 puntos] Determina la ecuación del plano que contiene a "r" y "s".

26.- Los puntos P(2,0,0) y Q(-1,12,4) son dos vértices de un triángulo. El tercer vértice S pertenece a la recta "r" de ecuación $\begin{cases} 4x + 3z = 33 \\ y = 0 \end{cases}$.

(a) [1'5 puntos] Calcula las coordenadas del punto S sabiendo que "r" es perpendicular a la recta que pasa por P y S.

(b) [1 punto] Comprueba si el triángulo es rectángulo.

27.- [2’5 puntos] Calcula el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de intersección del plano $6x + 3y + 2z = 6$ con los ejes coordenados.

28.-. Sean los puntos A(1,1,1), B(-1,2,0), C(2,1,2) y D(t, -2, 2)

(a) [1’25 puntos] Determina el valor de t para que A, B, C y D estén en el mismo plano.

(b) [1’25 punto] Halla la ecuación de un plano perpendicular al segmento determinado por A y B que contenga al punto C.

29.- [2’5 puntos] Halla la ecuación del plano que es paralelo a la recta "r" y $\begin{cases} x-2y+11=0 \\ 2y+z-19=0 \end{cases}$ contiene a la recta "s" definida por

$$\begin{cases} x=1-5\lambda \\ y=-2+3\lambda \\ z=2+2\lambda \end{cases}$$

30.- Considera los planos π_1, π_2 y π_3 dados respectivamente por las ecuaciones: $x + y = 1$, $ay + z = 0$ y $x + (1+a)y + az = a + 1$

(a) [1’5 puntos] ¿Cuánto ha de valer "a" para que no tengan ningún punto en común?

(b) [1 punto] Para $a = 0$, determina la posición relativa de los planos.

31.- Considera los puntos A(1, 0, 2), B(−1, 2, 4) y la recta r definida por $(x + 2)/2 = y - 1 = (z - 1)/3$

(a) [1’5 puntos] Determina la ecuación del plano formado por los puntos que equidistan de A y de B.

(b) [1 punto] Halla la ecuación del plano paralelo a r y que contiene los puntos A y B.

32.- Considera los puntos A(1, 1, 1), B(0, −2, 2), C(−1, 0, 2) y D(2, −1, 2).

(a) [1 punto] Calcula el volumen del tetraedro de vértices A, B, C y D.

(b) [1’5 puntos] Determina la ecuación de la recta que pasa por D y es perpendicular al plano que contiene a los puntos A, B y C.

33.- Considera los puntos A(1, 2, 1) y B(−1, 0, 3).

(a) [1’25 puntos] Calcula las coordenadas de los puntos que dividen el segmento AB en tres partes iguales.

(b) [1’25 puntos] Halla la ecuación del plano perpendicular al segmento AB y que pasa por A.

34.- Considera el plano π definido por $2x - y + nz = 0$ y la recta r dada por $(x - 1)/m = y/4 = (z - 1)/2$ con $m \neq 0$.

(a) [1’25 puntos] Calcula m y n para que la recta r sea perpendicular al plano π.

(b) [1’25 puntos] Calcula m y n para que la recta r esté contenida en el plano π.

35.- [2’5 puntos] Halla el punto simétrico de P(1,1,1) respecto de la recta r de ecuación $(x - 1)/2 = y/3 = (z +1)/(-1)$