RELACIÓN DE EJERCICIOS (Curso 2018-2019)

EJERCICIO

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$,

1. [1 **Punto**] Calcule la inversa de $(A \cdot A^t)$
2. [0.75 **Puntos**] ¿Admite inversa la matriz $(A^t \cdot A)$?
3. [0.75 **Puntos**] Calcule, cuando sea posible,

$$A \cdot B, \quad B \cdot A, \quad A^t \cdot B, \quad B \cdot A^t$$

EJERCICIO (a partir del curso 2019-2020)

Consideremos la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & m^2 + m \end{pmatrix}$, con m un parámetro real. Se pide:

1. [0.75 **Puntos**] ¿Para qué valores del parámetro m existe la matriz inversa de A?
2. [1 **Punto**] Para $m = 0$, calcule la matriz inversa de A.
3. [0.75 **Puntos**] Para $m = 0$ en la matriz A, resuelva la ecuación matricial $X \cdot A = 2C$, siendo $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$

EJERCICIO

Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$,

1. [1.25 **Puntos**] ¿Es invertible la matriz $B+2I_2$? Justifique la respuesta y, en caso afirmativo, calcule $(B + 2I_2)^{-1}$
2. [1.25 **Puntos**] Resuelva la ecuación matricial $A^2 + X \cdot B + 2X = 3B^t$

EJERCICIO (a partir del curso 2019-2020)

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & m \\ m & 2 & -1 \end{pmatrix}$

1. [0.7 **Puntos**] Calcule su determinante y el valor o valores del parámetro m para los que existe la inversa de la matriz A.
2. [1 **Punto**] Para $m = -1$, calcule A^{-1}.
3. [0.8 **Puntos**] Resuelva la ecuación matricial $A \cdot X = A + I_3$.

EJERCICIO

Se considera la ecuación matricial $A \cdot X = A^t \cdot B$, donde $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$,

1. [0.5 **Puntos**] ¿Qué dimensiones debe tener la matriz X?
2. [2 **Puntos**] Resuelva la ecuación matricial $A \cdot X = A^t \cdot B$

EJERCICIO

Se consideran las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

1. [1.75 **Puntos**] Indique razonadamente cuáles de las siguientes matrices posee inversa, calculando dicha inversa cuando sea posible: A, B, $C \cdot C^t$.
2. [0.75 **Puntos**] Calcule, si existe, una matriz X que satisfaga la ecuación $A \cdot X = D$

EJERCICIO (a partir del curso 2019-2020)

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ m & n & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

1. [0.8 **Puntos**] Obtenga los valores de m y n para que A coincida con su traspuesta y no tenga inversa.
2. [1 **Punto**] Para $m = 0$ y $n = 3$, obtenga A^{-1}.
3. [0.7 **Puntos**] Para $m = 0$ y $n = 3$, resuelva la ecuación matricial $X \cdot A + 2I_3 = A^2$.

EJERCICIO (a partir del curso 2019-2020)

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & m \\ 1 & -1 & 0 \\ m & 3 & 2 \end{pmatrix}$

1. [1 **Punto**] Determine el valor de m para los que la matriz A no tiene inversa.
2. [1.5 **Puntos**] Para $m = 0$, obtenga A^{-1}.

EJERCICIO

1. [1.8 **Puntos**] Represente el recinto limitado por las siguientes restricciones, calculando sus vértices:
$$y \leq 2x \qquad x - y \leq 2 \qquad 3x + 2y \leq 24 \qquad 2x + 3y \geq 12$$
2. [0.7 **Puntos**] Halle los puntos de esta región donde la función $F(x, y) = x + 2y$ alcanza los valores máximo y mínimo, calculando dichos valores.

EJERCICIO

[2.5 **Puntos**] Una librería necesita al menos 14 cajas de rotuladores, 8 cajas de folios y 18 cajas de bolígrafos. Dos distribuidores pueden proporcionarle los materiales, pero solamente los venden en lotes completos. El distribuidor A envía en cada lote 2 cajas de rotuladores, 4 de folios y 1 de bolígrafos. El distribuidor B envía en cada lote 3 cajas de rotuladores, 1 de folios y 7 de bolígrafos. Los costes por lote que se compre a cada distribuidor son de 60 euros y 65 euros respectivamente.
¿Cuántos lotes habrá que comprar a cada distribuidor para que los costes sean mínimos?, ¿cuáles serían esos costes?

EJERCICIO

Consideremos el recinto definido por las siguientes desigualdades:

$$2y \leq -3x+3 \qquad y \geq x-6 \qquad 2x \leq 7y+37$$

1. [1.5 **Puntos**] Represente gráficamente el recinto anterior y calcule sus vértices.
2. [1 **Punto**] Calcule en qué punto se alcanza el mínimo de la función $H(x,y)=-3x+3y+2$ restringida al anterior recinto y cuál es dicho valor.

EJERCICIO

[2.5 **Puntos**] Una agencia de viajes quiere reservar una serie de camarotes para un crucero. Sus previsiones de venta son de al menos 8 camarotes individuales, 10 camarotes dobles y 8 triples. Actualmente hay dos navieras que le ofrecen sendas ofertas por paquetes. La naviera A le ofrece comprar paquetes formados por 3 camarotes individuales, 2 dobles y 2 triples a 7 800 euros el paquete. La naviera B ofrece paquetes a 8 000 euros, formados por 2 camarotes individuales, 3 dobles y 2 triples.
¿Cuántos paquetes habrá que comprar a cada naviera para que la agencia de viajes tenga un coste mínimo? ¿A cuánto asciende dicho coste?

EJERCICIO

[2.5 **Puntos**] Un agricultor quiere abonar su terreno con una mezcla de dos abonos A y B. El abono A aporta por cada kg de producto 3 unidades de Nitrógeno, 1 unidad de Potasio y 1 de Fósforo, mientras que el abono B aporta por cada kg de producto 1 unidad de Nitrógeno, 1 unidad de Potasio y 4 de Fósforo. El terreno a abonar necesita al menos 10 unidades de Nitrógeno, al menos 6 de Potasio y al menos 12 de Fósforo. Por otra parte, se sabe que el precio de cada producto es de $5\,€/kg$ para el abono A y $2\,€/kg$ para el abono B.
¿Cuántos kg de abono se han de mezclar para que, respetando las condiciones indicadas, el coste sea el mínimo posible?

EJERCICIO

[2.5 **Puntos**] Una empresa dedicada al comercio electrónico, pretende planificar su publicidad diaria en radio y televisión. Se estima que cada espacio publicitario en radio proporciona 2 000 nuevos clientes en la sección de electrónica y 4 000 en la sección de moda. Por otra parte, la estimación de nuevos clientes por cada espacio publicitario en TV es de 1 000 para la sección de electrónica y 10 000 para la sección de moda. La empresa desea conseguir diariamente al menos 8 000 nuevos clientes en electrónica y 32 000 en moda. Se sabe que cada espacio publicitario tiene un coste de 5 000 euros en radio y de 12 000 euros en TV y que la emisión en TV no puede superar el doble de la emisión en radio.
Determine el número de espacios publicitarios que se deben emitir diariamente para conseguir los objetivos indicados de nuevos clientes con un coste mínimo. ¿Cuál es dicho coste?

EJERCICIO

1. [1.8 **Puntos**] Represente gráficamente la región factible definida por las siguientes restricciones, calculando sus vértices:

$$2x-y \geq 4 \quad 2x+3y \geq 12 \quad y \geq 1 \quad y \leq 10$$

2. [0.7 **Puntos**] Calcule el mínimo de $F(x,y)=3x+4y$ en la región anterior.

EJERCICIO

Se considera la función $f(x)=ax^3+bx+11$.

1. [1 **Punto**] Calcule los valores de a y b para que $f(x)$ tenga un extremo en el punto $(2,5)$.
2. [1 **Punto**] Para $a=\dfrac{3}{8}$ y $b=\dfrac{-9}{2}$, estudie sus extremos relativos.
3. [0.5 **Puntos**] Calcule $\displaystyle\int \left(x^2+3x+\frac{6}{x}-\frac{2}{x^2}\right)dx$

EJERCICIO

Se considera la función dada por $f(x) = \begin{cases} a - x & \text{si} \quad x \leq -3 \\ -3a - x^2 & \text{si} \quad -3 < x \leq 2 \\ x^2 - 8x + 17 & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$

1. [1.5 **Puntos**] Determine el valor de a para que f sea continua en todo su dominio. Para ese valor de a, ¿es f derivable en todo su dominio?
2. [0.5 **Puntos**] Para $a = -3$, esboce la gráfica de la función f.
3. [0.5 **Puntos**] Calcule $\displaystyle\int (x^2 - 8x + 17)\, dx$

EJERCICIO

Se considera la función $f(x) = \dfrac{-4x + 1}{2x - 5}$.

1. [1.2 **Puntos**] Estudie el crecimiento y decrecimiento de la función f.
2. [0.8 **Puntos**] Calcule las asíntotas de la función f.
3. [0.5 **Puntos**] Calcule $\displaystyle\int \left(-2 - \frac{9}{2x - 5} \right) dx$

EJERCICIO

Dada la función $f(x) = 2(x + e^{2x})$, calcule:

1. [1 **Punto**] Los puntos de inflexión de la función f, en caso de que existan.
2. [1 **Punto**] La ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.
3. [0.5 **Puntos**] Calcule la función $F(x)$ sabiendo que $F'(x) = f(x)$ y que su gráfica pasa por el punto $(0, 2)$.

EJERCICIO

De una cierta función f, sabemos que su función derivada es $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$.

1. [0.75 **Puntos**] Estudie los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f y calcule las abscisas de los puntos extremos relativos.
2. [0.5 **Puntos**] Determine la curvatura de la función f y la abscisa de su punto de inflexión.
3. [0.5 **Puntos**] Sabiendo que la función f pasa por el punto $(0, 1)$, calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en dicho punto.
4. [0.75 **Puntos**] Calcule la expresión de la función f, sabiendo que la gráfica de la función pasa por el punto $(0, 1)$.

EJERCICIO

La función de beneficios de una empresa, expresada en miles de euros, depende de la cantidad de producto fabricada, x, expresada en miles de kg, según la función $B(x)$. Si la función de beneficios marginales de la empresa (derivada de la función de beneficios) tiene la expresión $B'(x) = 140 - \dfrac{180}{x + 1} - 40x$, se pide:

1. [1 **Punto**] Determine la cantidad a producir por la empresa para maximizar los beneficios.
2. [1 **Punto**] Obtenga los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función de beneficios de la empresa.
3. [0.5 **Puntos**] Obtenga la expresión de la función de beneficios $B(x)$, si se considera que, si no se produce nada, el beneficio es nulo, es decir, $B(0) = 0$.