ACTIVIDADES DE AMPLIACIÓN

1. Efectúa la siguiente división de polinomios.

$$x^5 - 6x^4 + 2x^3 - x^2 - x + 1 \;\big|\; \underline{2x^2 - 2}$$

Comprueba el resultado con la prueba de la división, $D(x) = d(x) \cdot C(x) + R(x)$.

2. Como ya sabes, la regla de Ruffini sirve para dividir polinomios entre binomios de la forma $x - a$, pero también se puede aplicar para efectuar la división del polinomio $P(x) = x^4 - 3x^2 + 2x - 5$ entre el binomio $2x - 6$ de la siguiente forma.

1.º Transformamos el binomio $2x - 6$ en un binomio de la forma $x - a$.

Para ello basta con dividirlo entre 2. Así obtenemos el binomio $x - 3$.

$$(x^4 - 3x^2 + 2x - 5) : (2x - 6) \longrightarrow (x^4 - 3x^2 + 2x - 5) : (x - 3)$$

2.º Aplicamos la regla de Ruffini con el nuevo divisor.

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 0 & -3 & 2 & -5 \\ 3 & & 3 & 9 & 18 & 60 \\ \hline & 1 & 3 & 6 & 20 & 55 \end{array}$$

En este caso, $C(x) = x^3 + 3x^2 + 6x + 20$, y $R(x) = 55$.

3. El cociente de la división inicial será el cociente de esta división dividido por el número que hemos dividido el divisor inicial, y el resto no varía.

Cociente $= x^3 + 3x^2 + 6x + 20 \longrightarrow x^3 + x^2 + 3x + 10$

Resto $= 55$

Ahora calcula el cociente y el resto, usando la regla de Ruffini, de las siguientes divisiones.

a) $(2x^4 + 5x^2 + x - 10) : (2x + 4)$

b) $(6x^3 + 5x^2 - 3x + 5) : (5x + 10)$

3. Halla el valor de a para que la siguiente división tenga resto a.

$$(ax^3 + ax^2 - 149) : (x - 5)$$

4. Dados los polinomios $P(x) = x^3 + 2x^2 - 15x$ y $Q(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$:

a) Descompón factorialmente ambos.

b) Calcula el m.c.d.$[P(x), Q(x)]$ y el m.c.m.$[P(x), Q(x)]$.

c) Simplifica $\dfrac{P(x)}{Q(x)}$.

5. Se considera el polinomio $P(x) = x^2 + 2x - 7$.

a) Comprueba que no tiene raíces enteras.

b) Demuestra que $-1 + 2\sqrt{2}$, $-1 - 2\sqrt{2}$ y $\dfrac{7}{2\sqrt{2} + 1}$ son raíces del polinomio.

c) $P(x)$ es de grado dos, y en el apartado anterior has comprobado que tiene tres raíces reales. ¿Se contradice este hecho con el teorema fundamental del álgebra?